

DÉFIS 2021 : 10 PROBLÈMES ARITHMÉTIQUES EN UNE SEMAINE



Durant la Semaine des Mathématiques (15 au 21 mars), 5 séries de problèmes avec 2 niveaux de difficultés différents sont proposés aux élèves des cycles 2 et 3 (GS à la 6^{ème}). Des diplômes pourront être remis aux élèves. Les points marqués correspondent aux niveaux de difficultés des problèmes.

Pour les diplômes remis aux élèves : Encouragements jusqu'à 5 points ; Médaille de Bronze : de 6 à 7 points ; Médaille d'Argent : de 8 à 14 points ; Médaille d'Or : de 15 à 18 points ; Champion : plus de 18 points

Gardez les traces des réflexions et des schémas des élèves pour éventuellement les transmettre ou les analyser en équipe.

Vous trouverez ici des réflexions sur les énoncés proposés et des pistes de résolution par les schémas.

Les données numériques des problèmes restent, sauf 2 ou 3 exceptions, dans le champs des nombres étudiés à l'école au cycle 2 ; certains énoncés, plus complexes, pourront éventuellement être adaptés.

1

- ❖ Léo et Léa ont ensemble 12 billes. Léa a 2 billes de plus que Léo. Combien de billes a chaque enfant ?
- ❖ Une batte de base-ball et sa balle coûtent ensemble 11 €. La batte coûte 10 € de plus que la balle. Quel est le prix de la balle ?

Ce sont des problèmes simples, mais contre-intuitifs.

En effet, on est tenté, en particulier dans le second problème, de choisir de calculer un écart, de soustraire en utilisant les données fournies par l'énoncé.

Il est alors nécessaire de **revenir à l'énoncé pour vérifier si le résultat du choix opératoire correspond à la situation.**

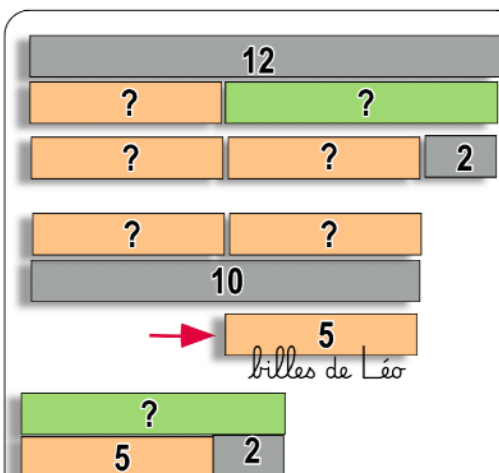
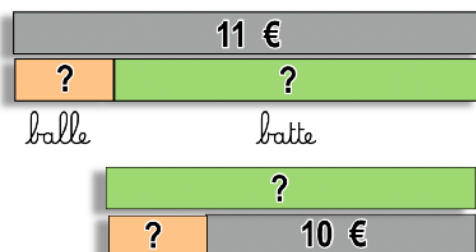
L'élève, procédant par analogie de substitution, en référence à des problèmes connus, au sens de l'addition/soustraction et au lexique utilisé (2 billes de moins) répondra $12 - 2 = 10$. Des analogies qui peuvent faire obstacle.

D'autres résolutions possibles sont à valoriser, à comparer ...

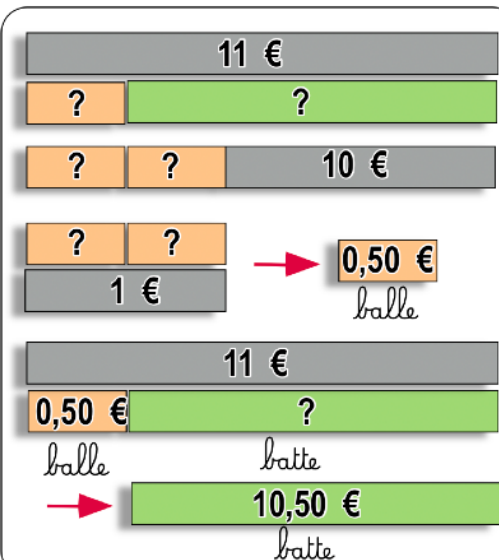
L'énoncé du problème



L'énoncé du problème



Une résolution

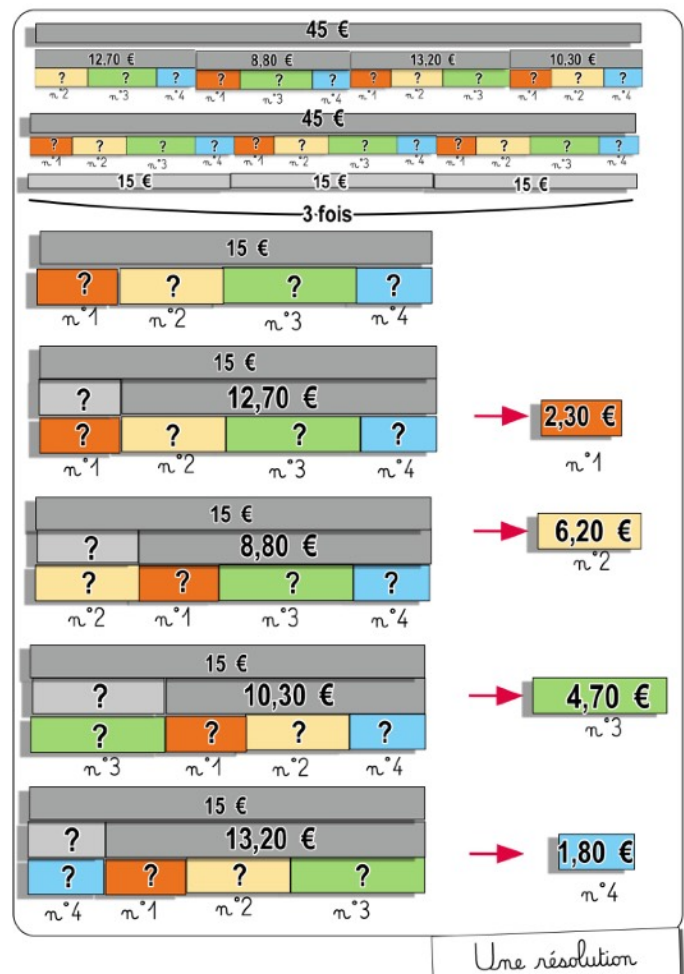
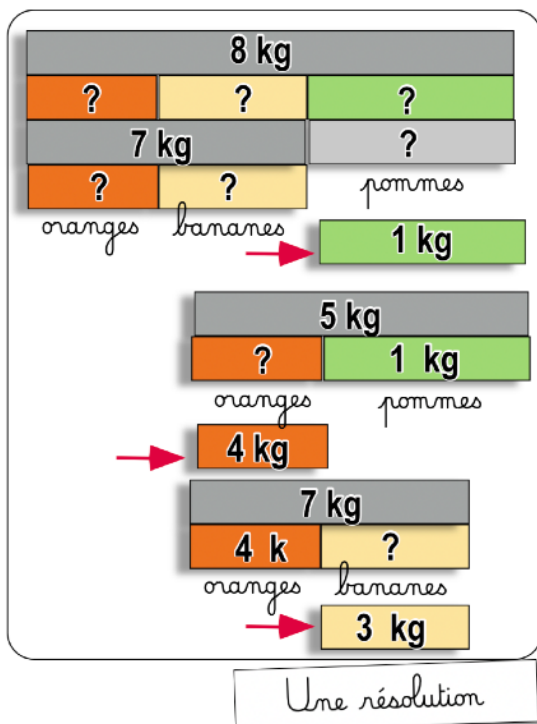
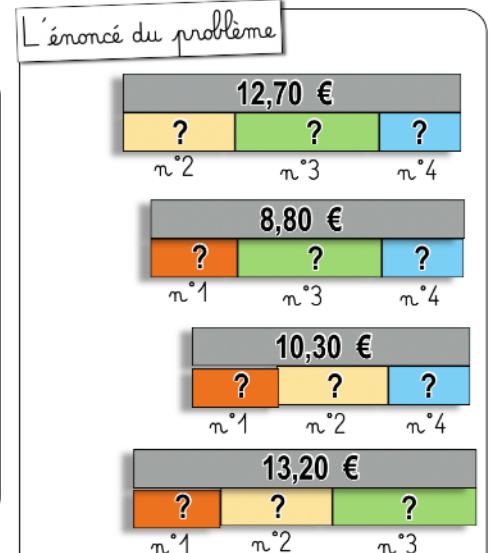
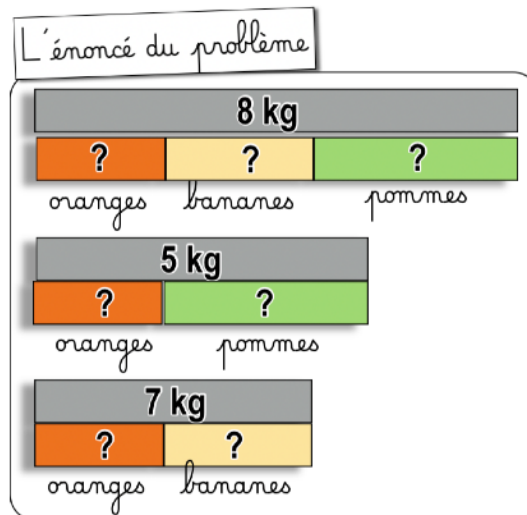


Une résolution

- 2** On pèse des oranges, des bananes et des pommes. Quand on pèse les bananes et les pommes, on mesure 8 kg. Quand on pèse les oranges et les pommes, on trouve 5 kg. Quand on pèse les oranges et les bananes, 7kg. Combien pèse chaque sorte de fruits ?

- Léa achète quatre jouets. Tous les jouets, sauf le premier, coûtent ensemble 12,70 €. Si on n'achète pas le deuxième, cela coûte 8,80 €, ce sera 10,30 € si l'on exclut le troisième et enfin 13,20 € sans le quatrième. Quels sont les prix des jouets ?

Pour ce type de problèmes, le codage des énoncés sous forme de rectangles dans lesquels **les nombres sont représentés sous la forme d'une longueur** pose une difficulté certaine. On ne connaît pas a-priori les rapports de comparaison entre les nombres : quel rectangle dessiner plus grand que les autres ? Pour éviter cet écueil, on s'attachera, si possible, à **représenter les données numériques connues dans un premier temps**. Il est aussi possible, lors de la phase de résolution, de passer outre cette représentation.



Le second problème demande une opération, une décision peu évidente: « **Et si on achetait les 4 lots de jouets ?** ». Cette piste pourra être proposée aux élèves. On fait ensuite le bilan de ce qui a été acheté pour comparer avec les prix des lots.

- ◆ Jules a 12 ans. Sa sœur, Sophie, a 7 ans de plus. Pierre la moitié de l'âge de Jules. Quel âge a Sophie ? Quel âge a Pierre ?
- ◆ Julie a 21 ans. Sa sœur, Sophie, a le triple de l'âge de Pierre. Pierre a le tiers de l'âge de Julie. Quel âge a Sophie ?

Des problèmes plus simples: **les difficultés peuvent être d'ordres lexicales et syntaxiques.**

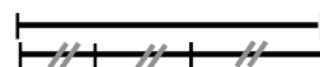
3 fois plus ; 3 fois moins ; le triple ; le tiers / 3 de plus ; 3 en plus ; 3 de moins

2 fois plus ; 2 fois moitié ; la moitié ; le double / 2 fois en plus ; le double en plus

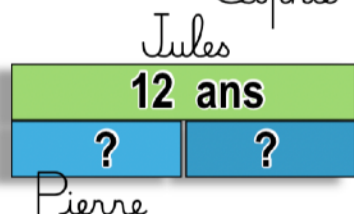
Une piste possible est de **définir des comparaisons** : « qui est le plus vieux, le plus grand, le plus cher ? ... » quand cela est possible et en allers-retours avec le codage sous forme de schéma de l'énoncé.

La représentation des nombres sur les rectangles lors de la construction des schémas **peuvent ne pas être une représentation précise**, à l'échelle.

Par exemple, sur le dessin, les trois tiers représentés ne pourraient pas être égaux. On notera leur égalité sur le schéma, en notant les fractions ou comme par exemple quand on note les équidistances sur une figure géométrique à main levée.



L'énoncé du problème



L'énoncé du problème

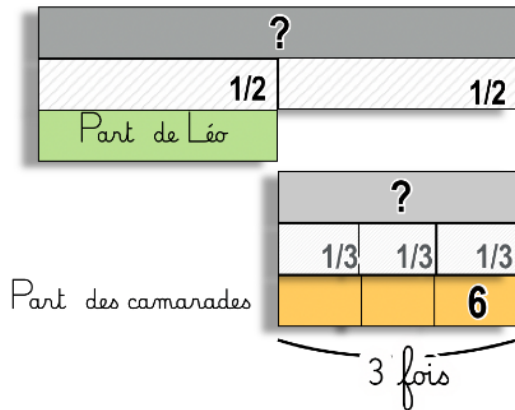


Pierre 3 fois



4  Léo partage des bonbons avec 3 camarades. Il garde la moitié du paquet pour lui et partage le reste équitablement.
Chaque enfant reçoit 6 bonbons. Combien de bonbons contenait le paquet de Léo avant qu'il ne l'ouvre ?

L'énoncé du problème



 Léo ouvre son paquet de bonbons et partage d'abord équitablement 16 bonbons avec ses 3 amis.
 Il laisse ensuite le paquet sur la table.

A son retour, il remarque que d'autres bonbons ont été pris :

il n'en reste que 7 dans le paquet, c'est pour lui !

Il interroge Léa :

« Moi, j'ai juste pris un $\frac{1}{3}$ de ce qu'il y avait. »

Il interroge Pierre :

« Après Léa, je n'en ai pris qu'un peu, j'en ai laissé 3/4. »

Il interroge Jean :

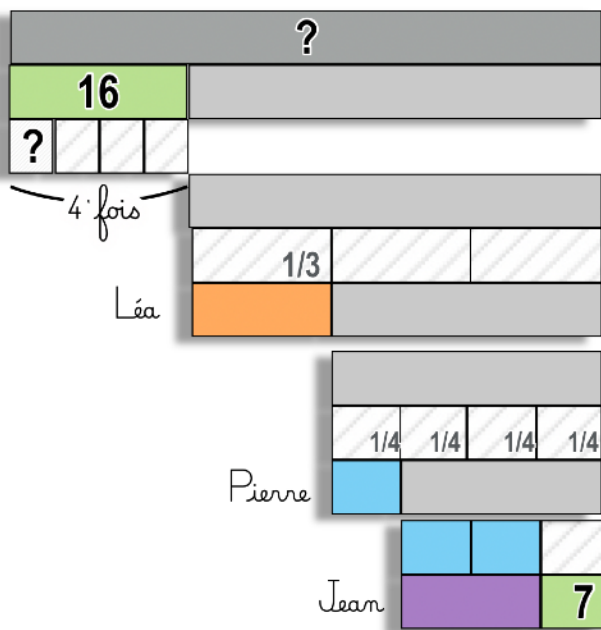
« C'est Pierre qui m'a dit d'en prendre le double de lui et effectivement il en restait 7. »

Combien de bonbons contenait le paquet de Léo avant qu'il ne l'ouvre ?

**BONUS
2 POINTS**



L'énoncé du problème



Combien de bonbons a eu chaque enfant ?

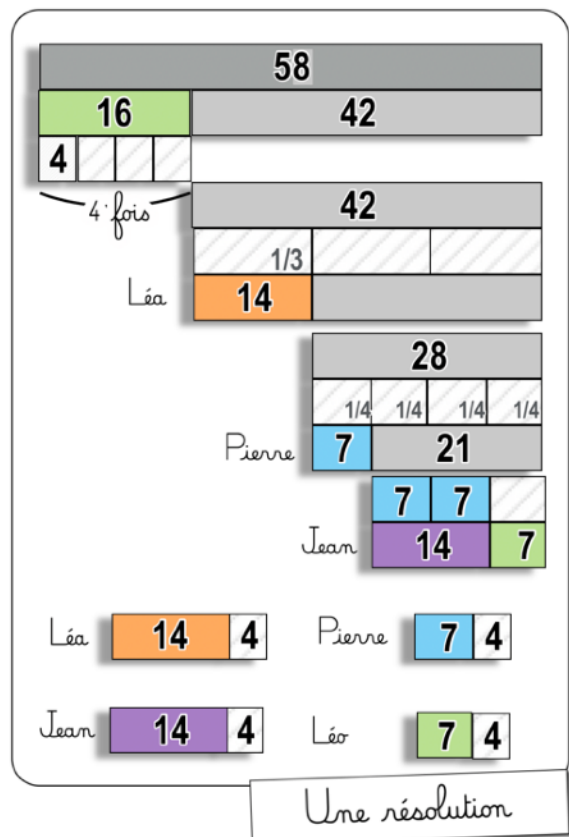
Pour ce type de problèmes un peu plus complexes, il sera nécessaire de ne pas se lancer dans des calculs avant d'**avoir conçu une représentation complète de la situation.**

Cette représentation se construit avec **des allers-retours entre l'énoncé et les représentations des nombres inconnus et des liens entre eux sur le schéma.**

Ces propositions de schémas peuvent être enseignées aux élèves.

L'enchaînement du raisonnement se construit à partir des données connues et des liens qu'elles ont avec ce que l'on recherche, étape par étape.

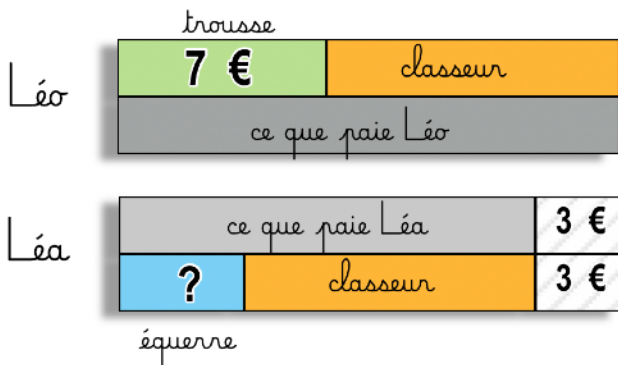
Le calcul est bien la dernière étape avant la vérification.



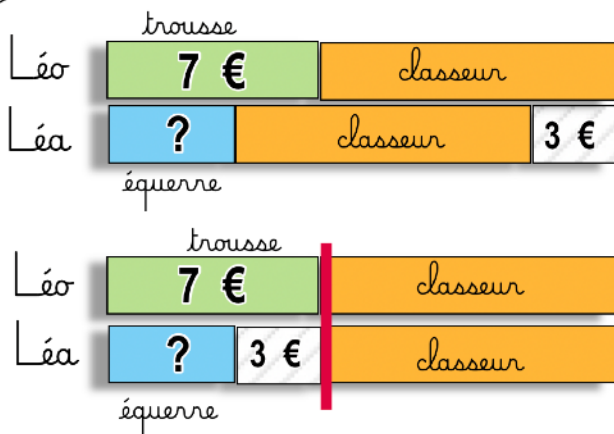
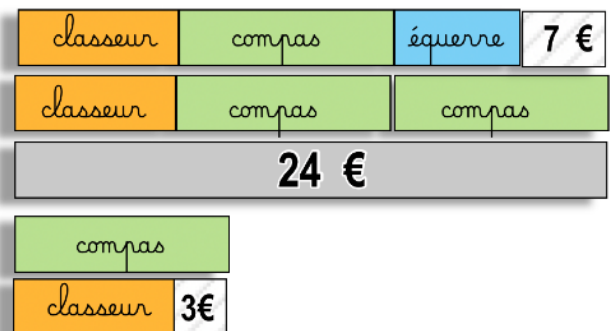
5

- ◆ Léo achète une trousse à 7 € et un classeur. Léa achète un classeur et une équerre. Elle paie 3 € de moins que Léo. Combien coûte l'équerre ?
- ◆ Dans ce magasin, un classeur, un compas et une équerre, valent 7€ de moins qu'un classeur et 2 compas qui coûtent 24 €. Le compas coûte 3 € de plus que le classeur. Quel est le prix de chaque objet ?

L'énoncé du problème



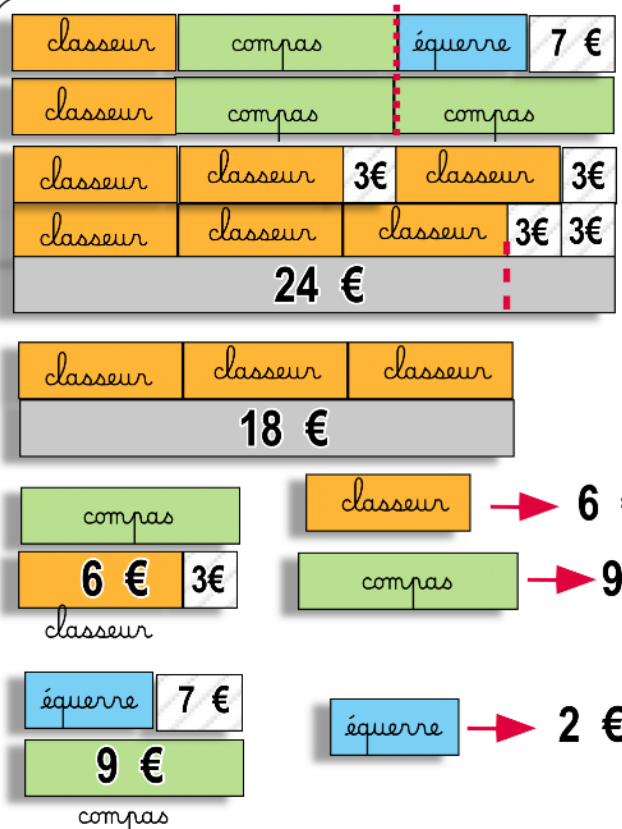
L'énoncé du problème



Une résolution

Pour ces problèmes, il est utile de **s'appuyer sur les représentations pour raisonner**, on observe et analyse le schéma parfois même sans revenir à l'énoncé s'il a été correctement modélisé. Ces manipulations sur le schéma s'apparente à une pré-algèbre.

On retrouve les mêmes difficultés de vocabulaire : « le compas coûte 3 € de plus que le classeur » ; on compare : « lequel est le plus cher, le moins cher ? ...



Une résolution

« La résolution de problèmes, au centre de l'activité mathématique ... , la tâche de résolution de problèmes permet aux élèves d'accéder au plaisir de faire des mathématiques. »

note de service n° 2018-052 du 25-4-2018

Voir aussi : **Enseigner la résolution de problèmes - formation 2021**

http://lien-epinay.circo.ac-creteil.fr/spip.php?page=article&id_article=1309



Quelques exemples de représentations schématiques possibles :

