



Dans le cadre de la semaine des mathématiques 2017 ...

Huit problèmes de recherche basés essentiellement sur le calcul et en particulier le calcul en ligne et les narrations de recherches proposés à toutes les classes d'Épinay-sur-Seine ...



DOCUMENT POUR LES ENSEIGNANTS

« Le calcul en ligne repose sur la **compréhension de la notion de nombre**, du **principe de la numération décimale de position** et des **propriétés des opérations**. Comme le calcul mental, le calcul en ligne permet à l'élève d'utiliser la richesse de ses connaissances sur le nombre et sur les propriétés des opérations. L'élève est ainsi amené à « **faire parler** » les **nombre**s, c'est à dire à en envisager diverses écritures, des décompositions additives, multiplicatives ou utilisant les unités de numération.

En calcul en ligne, les étapes écrites utiles pour l'élève peuvent, dans un premier temps, se présenter sous différentes formes : calculs séparés, arbres de calcul, écritures utilisant des mots ou des flèches, ou tout autre **écrit qui accompagne la démarche de l'élève** ; progressivement, en fin de cycle 3, ces étapes s'organisent pour **devenir un calcul écrit en ligne**. »

Ressource « le calcul en ligne au cycle 2 » - Eduscol - Mars 2016

Les sujets proposés sont inspirés de : 50 activités de recherche en mathématiques aux cycles 2 et 3 CRDP de Basse-Normandie Olivier Hocquard, Dominique Plé-Robert, Michel Robert, Fabrice Perrot - 2010

MONNAIE

Trouver toutes les façons d'obtenir 12€ avec des pièces 1€ ; 2€ et des billets de 5€.



Compétences et connaissances

- Utiliser les décompositions / compositions de 10 ; 5 ...
- Utiliser les euros.
- Connaître quelques faits numériques (2+2 ; 3+2 ; 5+5 ; 10+2 ; ...)

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension ... Présenter les billets et les pièces si nécessaires ; permettre l'usage de billets et pièces ...

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ; lister des solutions en évitant les doublons.

Critère de réussite : atteindre 12 ; trouver plusieurs solutions.

En bilan, mise en commun ; lister quelques trouvailles.

On remarquera que dans cette situation « 10 + 1 + 1 » est une écriture équivalente à « 1 + 10 + 1 ». On a donné 2 pièces de 1€ et 1 billet de 5 €. Ou encore « 10 + 2x1 »

Faire remarquer que lorsqu'on écrit « 5 + 2x2 + 2x1 », le « 2 » n'a pas toujours la même grandeur soit « euros » soit « nombre de pièces »

Pistes pour relancer les recherches :

Trouver la solution avec le moins de pièces possibles ; avec le plus de pièces possibles : « 12 x 1 ». Sans le billet ; avec le billet ...

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.

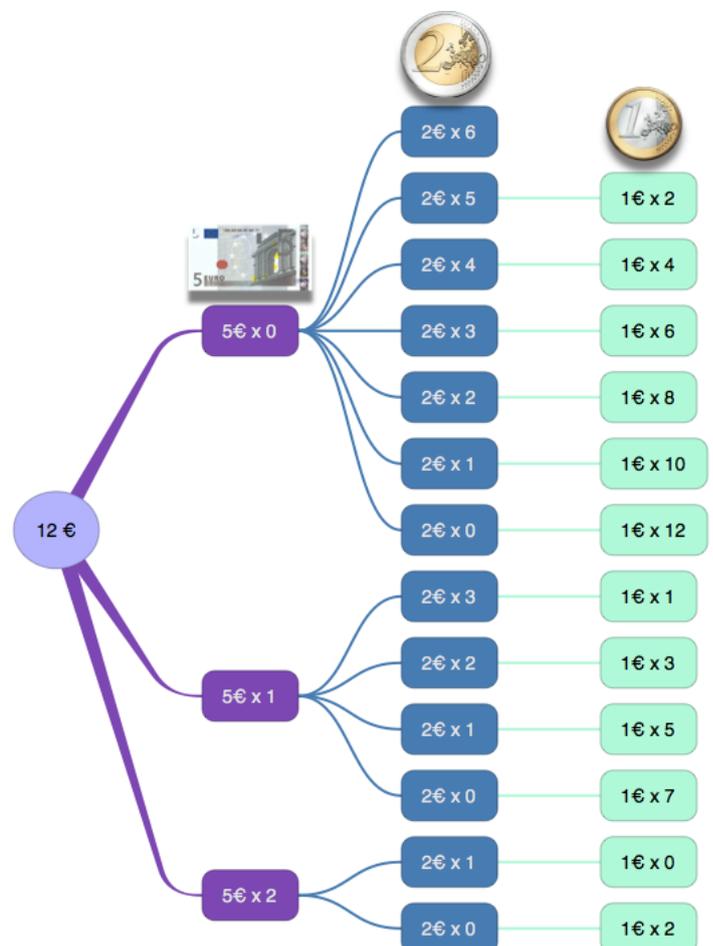
Prolongements

Travail sur les écritures additives.

Propriétés de l'addition.

Décompositions additives et multiplicatives.

Arbre de résolution ...



5 €	2 €	1 €	
		12	1 € x 12
1	10		2€ + 1€ x 10
2	8		2€ x 2 + 1€ x 8
3	6		2€ x 3 + 1€ x 6
4	4		
5	2		
6			
1	3	1	
1	2	3	
1	1	5	
1		7	
2	1		
2		2	

FRUITS ...

Un ananas, 5 bananes et une pastèque coûtent 8€. Un ananas et 5 bananes coûtent 4,70€. Une pastèque et 5 bananes coûtent 6,70€. Quel est le prix de chaque fruit ?



Compétences et connaissances

- Utiliser les euros ; relations centimes-euros
- Addition et soustraction de décimaux
- Vraisemblance des résultats

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension ...

Présenter la situation.

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin.

Critère de réussite dans un premier temps : Le prix de l'ananas ou de la pastèque.

En bilan, mise en commun ; lister les trouvailles ; les pistes de recherches

Pistes pour relancer les recherches :

Ne pas rechercher dans un premier le prix d'une seule banane (division de 2,80€ par 5)

Trouver une écriture formelle $P = \text{prix de la pastèque}, \dots$

Comparer les égalités proposées 2 à 2.

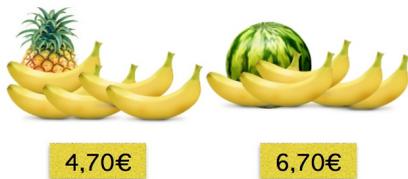
Si j'achète ce 1er lot (8€) et si je rends au vendeur l'ananas et les bananes ; il me rend ...

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.

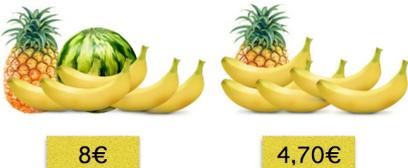
Prolongements

Travail sur les écritures additives. Égalités. Équilibre dans les échanges (vente - achat) : dans un problème de vente/achat personne ne perd d'argent. « La valeur de mon achat et la monnaie rendue correspond à la somme que j'ai donné au vendeur. »



On remarquera en observant les lots : par exemple

Que nous dit la comparaison des prix de ces 2 lots ?



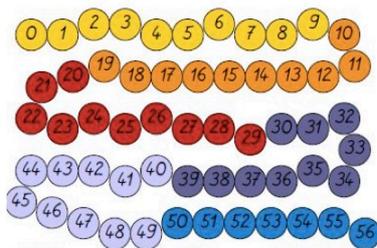
« La pastèque coûte 2€ de plus que l'ananas. »

EN PISTE ...

Un jeton est sur la case 5 d'une file numérique. Il ne peut avancer que de 6 cases ou reculer de 9 cases.

Comment atteint-il la case 20 ? la case 21 ? la case 8 ?

Quelles sont toutes les cases qu'il peut atteindre ? Pourquoi ?

**Compétences et connaissances**

- Suite des nombres de 1 à 100 ...
- Déplacement sur la bande numérique
- Comprendre le sens du déplacement (additionner : avancer ; soustraire : reculer)

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ;

s'assurer de la compréhension ...

Présenter la piste ; placer le jeton si nécessaire (cycle 1 et 2)

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ;

Demander de rédiger sous forme numérique : $5 + 6 + \dots$

En bilan, mise en commun ; lister quelques trouvailles.

On remarquera que on peut écrire plusieurs sauts sous forme multiplicative.

Exemple : $5 + 4 \times 6 - 1 \times 9 \dots$

Faire remarquer que lorsqu'on écrit les nombres n'ont pas la même grandeur (nombre de saut ; nombre de case ; ordinal de la case)

Pistes pour relancer les recherches :

Atteindre d'abord la case 20 ; faire exposer la démarche ; proposer les autres recherches.

Colorer ou noter les cases atteintes : Faire écrire la suite ... 2 ; 5 ; 8 ; ...

Pour le maître : les nombres cibles font partie de la suite $(5 + 6x - 9y)$

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des remarques et des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.

Prolongements

Travail sur les écritures additives.

Propriétés de l'addition, multiplication

Décompositions additives et multiplicatives.

Multiples ; diviseurs ...

Organisation gestion de données (Placer les résultats dans des tableaux)

8 et 3 FONT 41

Rechercher toutes les façons d'obtenir 41 en additionnant des 8 et des 3.



Compétences et connaissances

- Décomposition des nombres.
- Multiples de 3 ; de 4 ; de 8
- Faits numériques : 24 c'est ...

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension ...

Présenter la situation.

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ;

Demander de rédiger sous forme numérique : $8 + 3 + \dots$

En bilan, mise en commun ; lister quelques trouvailles.

On remarquera que on peut écrire sous forme multiplicative.

Exemple : $8 \times 4 + \dots$

Faire remarquer que lorsqu'on écrit les nombres 2 et 8 n'ont pas la même grandeur :

On dit 2 fois 8 pour $8 + 8$; on écrit 8×2

Pistes pour relancer les recherches :

S'approcher de 41 avec des multiples de 3 ; de 8

Deux solutions $8 \times 4 + 3 \times 3$; $11 \times 3 + 8$

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des remarques et des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.

Prolongements

Travail sur les écritures additives.

Propriétés de l'addition, multiplication

Décompositions additives et multiplicatives.

Multiples ; diviseurs ...

A LA SUITE ...

Trouver toutes les séries de 5 nombres consécutifs dont la somme est comprise entre 50 et 80.



Compétences et connaissances

- Succession des nombres.
- Écritures additives ; multiplicatives
- Ordre de grandeur

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension ... Présenter la situation.

Expliquer « nombres consécutifs »

Proposer quelques calculs de 5 nombres consécutifs ($1+2+3+4+5$; $7+8+9+10+11$; ...)

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ;

Demander de rédiger sous forme numérique

En bilan, mise en commun ; lister quelques trouvailles. Il y a 5 possibilités ...

$8+9+10+11+12=50$; Si on augmente chaque terme de 1 ; on augmente la somme de 5 ...

Pistes pour relancer les recherches :

Et si on partageait en 5 : $10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 50$ et si on fait varier les termes de la somme

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des remarques et des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.

Prolongements

Travail sur les écritures additives.

Propriétés de l'addition, multiplication

Multiples de 5

A LA RECHERCHE DE 15

En utilisant les nombres de 1 à 12, former tous les groupes de 3 nombres dont la somme est 15.



15

Compétences et connaissances

- Ecritures additives
- Ordre de grandeur
- Faits numériques (écriture additive - composition/décomposition)

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension ...

Présenter la situation.

Expliquer « groupe de 3 nombres dont la somme est ... »

Proposer quelques calculs de 3 nombres inférieurs à 12 ($8 + 2 + 4$; ...)

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ;

Demander de rédiger sous forme numérique

En bilan, mise en commun ; lister quelques trouvailles.

Rechercher les doublons

$$8 + 5 + 1 = 8 + 1 + 5$$

On ne peut écrire $7 + 7 + 1$ puisqu'on n'utilise que 2 nombres.

Pistes pour relancer les recherches :

S'appuyer sur les premières trouvailles pour faire varier les termes de la somme.

Classer les groupes de nombres en commençant par le plus grand terme possible : $12 ; 2 ; 1$

Travailler par complément : $12 + 1 + \dots = 15$; $7 + 6 + \dots = 15$

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des remarques et des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.

Prolongements

Travail sur les écritures additives.

Propriétés de l'addition.

BOUGIES D'ANNIVERSAIRE

Chaque année, pour son anniversaire Pierre et ses parents allument des bougies dont le nombre correspond à son âge. Depuis sa naissance, 66 bougies ont été allumées. Quel âge a-t-il ?
Combien de bougies auront été allumées quand il aura fêté ses 25 ans ?



Compétences et connaissances

- Écritures additives
- Ordre de grandeur
- Faits numériques (écriture additive - composition/décomposition)

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension ...

Présenter la situation.

Expliquer

Proposer quelques recherches : à 3 ans : 6 bougies ; à 5 ans ? ; ...

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ;

Demander de rédiger sous forme numérique

En bilan, mise en commun ; lister quelques trouvailles.

Pistes pour relancer les recherches :

S'appuyer sur les premières trouvailles.

Présenter les recherches sous forme de tableau :

Âge : bougies sur le gâteau	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nombre de bougies	1	3	6	10			

Observations et remarques sur le tableau ...

Nombre de bougies pour n années :

$$n(n+1)/2$$

Organiser les calculs en ligne en s'appuyant sur les compléments ...

$1 + 2 + \dots + 23 + 24 + 25$ (associer 24 et 1 ; 23 et 2 ; ...)

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des remarques et des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.

Prolongements

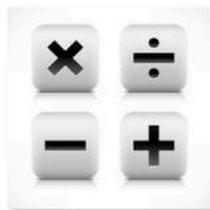
Travail sur les écritures additives.

Propriétés de l'addition. ; Organisation et gestion de données.

SIGNES

Avec les nombres 2, 3, 5 et 8 on peut trouver en quatre opérations (addition, soustraction, multiplication ou division éventuellement) les résultats 2, 3, 5, et 8. Dans les calculs en ligne, le nombre 3 est déjà placé. (On peut utiliser des parenthèses)

■	■	3	■	=	2
■	3	■	■	=	3
3	■	■	■	=	5
■	■	■	3	=	8



Compétences et connaissances

- Ecritures additives
- Activités de calculs en ligne ($3 \times 2 + 5$) ; usage éventuel des parenthèses ; priorité de la multiplication
- Faits numériques (Tables addition, multiplication)

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension ...

Présenter la situation.

N'utiliser que les nombres proposés : 2 ; 3 ; 5 ; 8 (dans les cases bleues) ; compléter par les signes d'opération

Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.

Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ;

En bilan, mise en commun ; lister quelques trouvailles.

$$8 + 2 - 3 - 5 = 8 + 2 - (3 + 5) = 8 : 2 + 3 - 5 = 2$$

Pistes pour relancer les recherches :

S'appuyer sur les décompositions de $5 = 2+3$; $8=5+3$

Commencer par les 1ère et 4ème égalités qui n'utilisent que que addition et soustraction.

La division n'est jamais obligatoire ...

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des remarques et des écritures proposées :

Prolongements

Travail sur les écritures additives.
Propriétés de l'addition.