DÉFIS MATHS 2018

Pistes enseignants

Semaine des mathématiques 2018 | du 12 au 18 mars | Défis Épinay-Pistes

14 mars - 3/14

La Semaine des mathématiques aura lieu du 12 au 18 mars 2018.

La Semaine des mathématiques a pour objectif de montrer à tous les élèves des écoles, collèges et lycées ainsi qu'à leurs parents, une **image actuelle, vivante et attractive des mathématiques**.

Semaine des mathématiques 2018 : http://ien-epinay.circo.ac-creteil.fr/spip.php?page=article&id_article=702

3 DÉFIS

Les itinéraires

Trouvez tous les chemins possibles reliant les points opposés d'un réseau avec des déplacements contraints.

Le mobile

Trouvez les équilibres possibles sur un mobile avec des objets situés à une distance donnée du point d'équilibre.

À la suite

Trouvez les suites de nombres consécutifs qui permettent une décomposition additive des entiers.

Exemples, propositions de mise en oeuvre en classe :

Compétences et connaissances

Remobiliser avec quelques exercices d'entraînement de calcul mental …

Mise en oeuvre

Lire l'énoncé ; s'assurer de la compréhension …
Présenter la situation.
Laisser les élèves s'engager dans un premier temps de recherche individuelle.
C'est un moment très silencieux.
Aucune opération ne doit être posée.
Engager les élèves à partager leurs premières recherches avec leur voisin ou en groupe ;
Amener les élèves à écrire toutes les recherches ; ne pas effacer ou détruire les erreurs, elles font partie de la narration.
Tous les calculs seront présentés en ligne.

Premiers bilan ; mises en communs

Lister quelques trouvailles, listes les recherches qui n'ont pas abouti ;
dictée à l'adulte si nécessaire
Remarques des élèves, …
Pistes pour relancer les recherches

Rédaction en commun de la résolution.

Garder traces des remarques et des écritures proposées : écriture additives et multiplicatives éventuellement des dessins.
S'appuyer sur les grandeurs ; que représentent les différents termes des opérations ?
Écriture collective de la résolution.

LES ITINÉRAIRES

On notera le déplacement

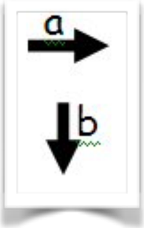
- à droite, direction « a » ;
- le déplacement vers le bas, direction « b »

Pour un réseau

- 1 x 1 : ab ; ba -> 2 itinéraires possibles
- 2 x 1 : aab ; baa ; aba -> 3 itinéraires possibles
- 1 x 2 : abb ; bab ; bba -> 3 itinéraires également
- 2 x 2 : aabb ; baab ; abab ; bbaa ; abba ; baba -> 6 itinéraires possibles

Première remarque :
Et si le nombre de possibilités d'atteindre un noeud dépendait des possibilités d'atteindre les noeuds précédents ?

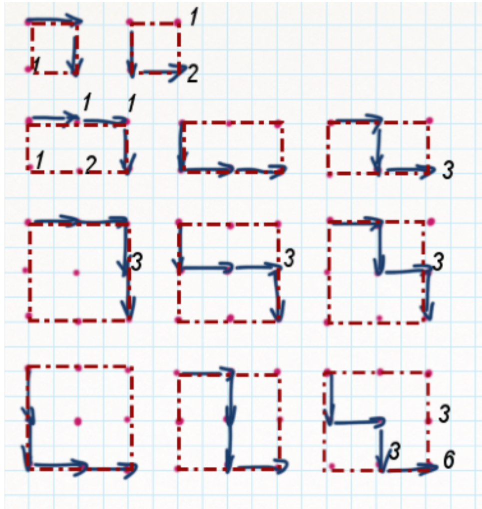
Trouvez tous les chemins possibles reliant deux noeuds opposés d'un réseau. Les seuls déplacements possibles sont « à droite » (a) et « en bas » (b).



On note pour chaque noeud le nombre de possibilités de l'atteindre.

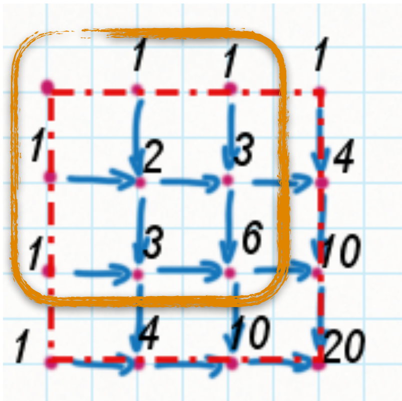
On pourra coder les déplacements, par exemple, pour le réseau 2x2 :

- 2a+2b
- b + 2a + b
- 2 (a+b)
- 2b + 2a
- a + 2b + a
- 2 x (b+a)



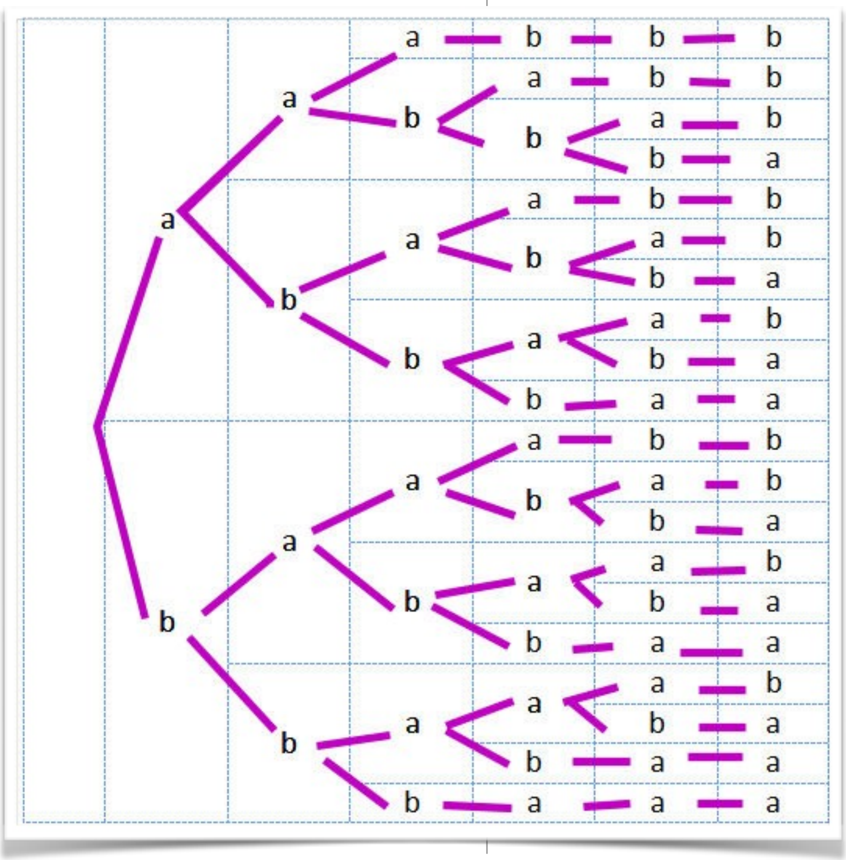
Pour un réseau 4x4 :

On s'appuie sur les résultats précédents.



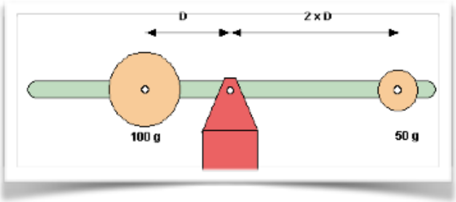
On trouve ainsi 20 chemins possibles.

Et le triangle de Pascal ? ….



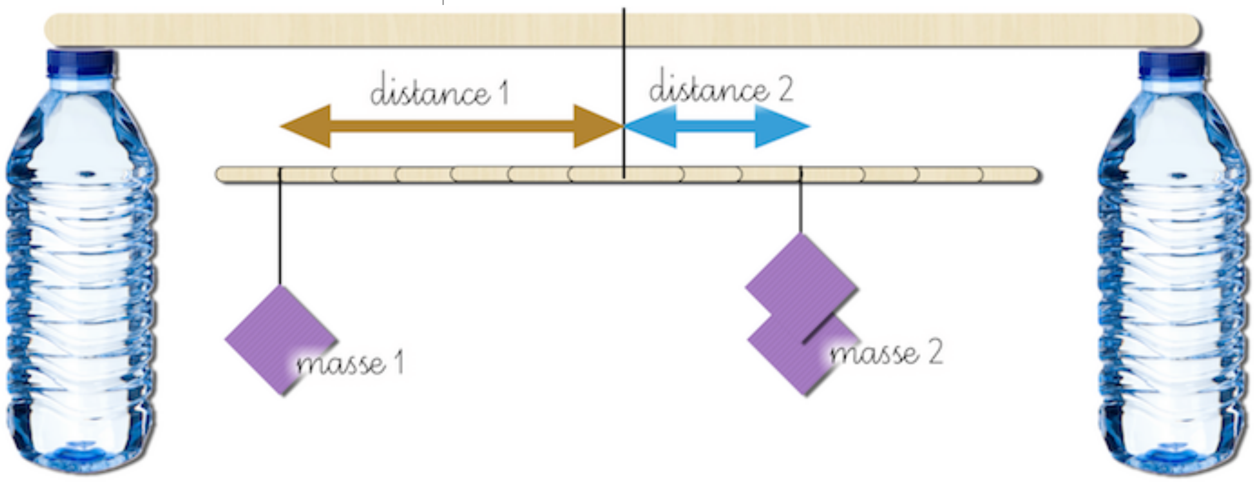
1	1									
1	2	1								
1	3	3	1							
1	4	6	4	1						
1	5	10	10	5	1					
1	6	15	20	15	6	1				
1	7	21	35	35	21	7	1			
1	8	28	56	70	56	28	8	1		
1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

LE MOBILE



Trouvez les équilibres possibles sur un mobile avec des objets situés à une distance donnée du point d'équilibre.

Une applet pour TNI pourra être utilisée. https://phet.colorado.edu/sims/html/balancing-act/latest/balancing-act_en.html
On tente d'équilibrer les mobiles en variant la distance à l'axe.



Toutes sortes de mobiles pourront être construits.

Voir sur Canopé ; des films agités pour bien cogiter https://www.reseau-canope.fr/lesfondamentaux/discipline/sciences/technologie//lequilibre-des-mobiles-12.html

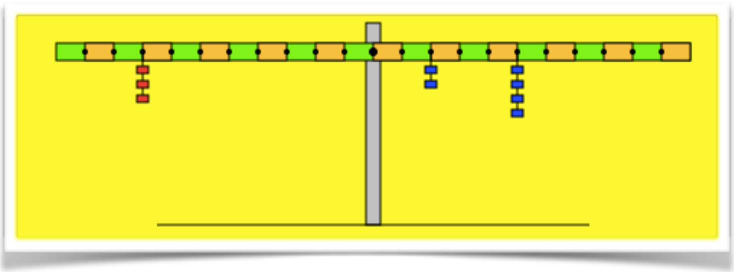
On pourra ainsi écrire sous forme de décompositions multiplicatives les nombres inférieurs à 50.

Alexander Calder
Mobile sur deux plans 1962

On obtient l'équilibre si :

masse1 x distance1 = masse2 x distance2

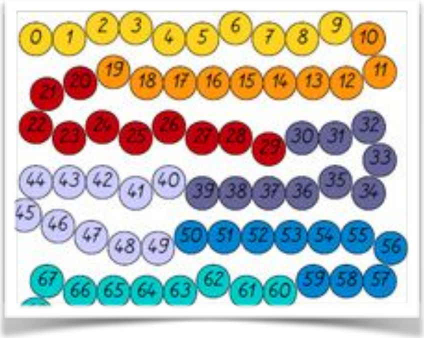
Pour la rédaction, il s'agira d'écrire les différentes décompositions des nombres inférieurs à 50. On notera que quelques nombres n'acceptent qu'une seule décomposition (37= 1 x 37).



On pourra éventuellement écrire des décompositions plus complexes.
3 x 8 = 4 x 5 + 2 x 2 par exemple.
De même, il serait possible d'aborder les écritures des divisions euclidiennes : Un objet situé à 43 unités de distance peut-il s'équilibrer avec des objets situés à 7 unités de distance ?
43 = 7 x 6 + 1

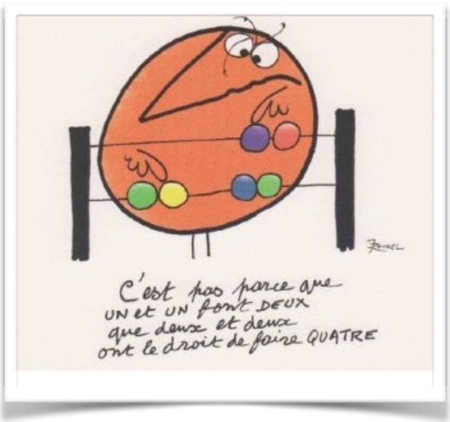
Des prolongements en arts visuels, les mobiles de Calder …

À LA SUITE



Les écritures seront analysées pour essayer de réduire ou augmenter le nombre de termes de la somme découverte.

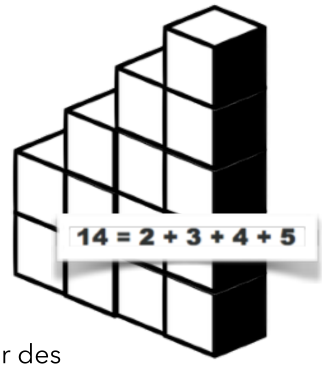
Voulant occuper ses élèves, le professeur demande d'effectuer des additions, plus exactement d'effectuer la somme des nombres de 1 à 100. Après très peu de temps, le jeune **Gauss**, alors âgé de 10 ans, impressionne son professeur en donnant la réponse correcte. Sa technique consiste à regrouper astucieusement les termes extrêmes par deux. Sans le savoir encore, Gauss a découvert la formule permettant de calculer la somme des termes d'une série arithmétique.
Il calcule : 1 + 100 = 101, 2 + 99 = 101, 3 + 98 = 101 … 50 + 51 =101 soit 50 x 101 = 5050.



Trouvez toutes les écritures des nombres entiers de 1 à 30 sous forme de somme composée de nombres entiers consécutifs.

Quels nombres ne peuvent être écrits sous la forme d'une somme de nombres qui se suivent ? Pourquoi ?

En empilant des cubes, en créant des escaliers, en retirant les premières marches, en ajoutant des étages, … on pourra manipuler, écrire sous formes mathématiques, puis formaliser …



On pourra construire des rectangles dont on enlèvera des cubes pour créer des escaliers.
Essayons donc de transformer un carré de cubes empilés en escalier de plus de 2 marches en conservant le nombre de cubes …

Pour aller plus loin…

La somme des n premiers nombres entiers s'écrit :
1 + 2 + 3 + ….+ n
On calcule $\frac{1}{2}$ n(n+1)

Exemple :
Calcul de la suite **de 5 à 11.** (7 termes à additionner) soit 56.
Pour calculer rapidement :
5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11
on y ajoute la même suite décroissante
11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5

On obtient 11+5 ; 6+10; 8+9 ; …
On ajoute donc 7 fois 16. Il faudra diviser par 2

De 5 à (11 = 5+7-1)
On obtient 7 fois16 (soit 5+11) et on divise par 2 : (5 + 11) x 7 / 2 = 56

La somme des p nombres entiers consécutifs de n à n+p-1 :

(n + (n+p-1)) p /2

= $\frac{1}{2}$ p (2n+p-1)